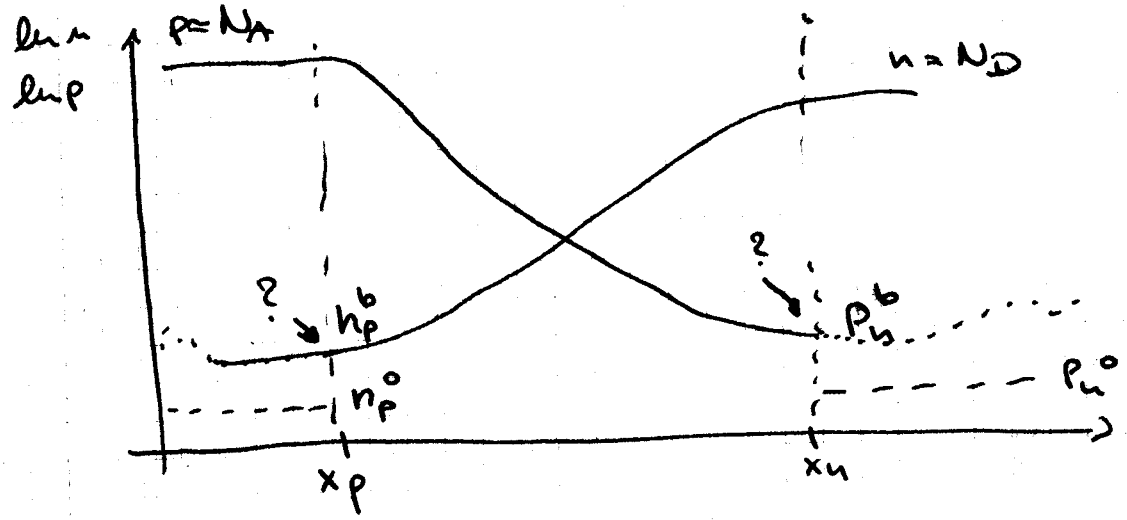
7.4.2 Carrier Injection

Zunächst noch eine Bemerkung zu unserer Berechnung der Verarmungszone: Legt man zusätzlich noch eine Spannung V_a an die Diode an, so muß man lediglich in unseren Ausdrücken

$\psi_0 \to \psi_0 - V_a$ ersetzen.

In diesem Abschnitt nun wollen wir die Konzentration der Ladungsträger am Rande der Verarmungszone als Funktion der Bias-Spannung V_a berechnen.

Wir wollen also folgende Größen berechnen:



Wenn der Bias = 0 ist kennen wir die Lösung.

Wir wissen daß $\psi = kT/q \ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right)$

$$\Rightarrow \frac{N_A \cdot N_D}{n_i^2} = e^{\psi q/kT} \to \frac{n_i^2}{N_A N_D} = e^{-\frac{\psi_0 q}{kT}}$$

Und somit

$$p_n^{b=0} = p_n^0 \approx \frac{n_i^2}{N_D} = p_p^0 \exp\left(-\frac{q\psi_0}{kT}\right)$$

$$n_p^{b=0} = n_p^0 \approx \frac{n_i^2}{N_A} = n_n^0 \exp\left(-\frac{q\psi_0}{kT}\right)$$

In der Verarmungszone liegen starke Konzentrationsgradienten und E-Felder vor. Der Netto Strom ist dagegen sehr klein, d.h. die beiden Beiträge zur Stromdichte löschen sich fast vollständig aus, was unsere Näherung II ist:

$$q \mu_h p \mathcal{E} \simeq q D_h \frac{dp}{dx} \qquad ; \; D_h = \frac{kT}{q} \mu_h$$

$$\Rightarrow p \mu_h \mathcal{E} \approx \frac{dp}{dx} \frac{kT}{q} \mu_h \Rightarrow \mathcal{E} \approx \frac{kT}{q} \frac{1}{p} \frac{dp}{dx}$$

$$= \frac{kT}{q} \frac{d \ln p}{dx}$$

und da $\frac{dV}{dx} = -\mathcal{E}$, ergibt sich bei Integration über die ganze Verarmungszone

$$\varphi_0 - V_a = -\frac{kT}{q} \int_{x_p}^{x_n} \frac{d \ln p}{dx} = + \frac{kT}{q} \ln \frac{p_p(x_p)}{p_n(x_n)} .$$

oder aber

$$p_n(x_n) = p_p(x_p) \, e^{-q\varphi_0/kT} \; e^{qV_a/kT}$$

Unsere Näherung III ist nun, daß wir nur Fälle betrachten wollen, in denen die Minderheitenladungsträger wesentlich seltener sind als die Mehrheitsladungsträger, sowie die Ladungsfreiheit am Punkt (x_p) und (x_n) gilt.

$$p_p(x_p) = N_A + \underbrace{n_p(x_p)}_{\text{klein}} \approx p_p^0 \approx p_n^0 e^{q\varphi_0/kT}$$

$$\Rightarrow \quad p_n(x_n) = p_n^0 e^{qV_a/kT} = \frac{n_i^2}{N_D} e^{qV_a/kT}$$

$$n_p(x_p) = n_p^0 e^{qV_A/kT} = \frac{n_i^2}{N_A} e^{qV_a/kT}$$

In Worten: Die Konzentrationen der Minderheitenladungsträger am Rande der Verarmungszone steigen exponentiell mit der angelegten Spannung.
Auf Englisch heißt dies "minority-carrier injection".

Wir haben nun beinahe alles zusammen, um die Solarzelle zu beschreiben. Was uns noch fehlt ist die Feststellung, daß im quasi-neutralen Bereich außerhalb der Verarmungszone der Fluß der Minderheitenladungsträger großteils diffusiv erfolgt:

Minderheitenladungsträger außerhalb der Verarmungszone fließen ausschließlich durch Diffusion, was unsere Näherung IV bedeutet:

$$J_h \approx -q D_h \frac{dp}{dx}$$ (in der quasi-neutralen Region des n-Halbleiters)

$$J_e \approx q D_e \frac{dn}{dx}$$ (in der quasi-neutralen Region des p-Halbleiters)

7.4.3. Die Solarzelle bei Dunkelheit

Bevor wir die Solarzelle bei Dunkelheit berechnen, wollen wir nochmals kurz die Ergebnisse soweit zusammenfassen.

- Die Diode läßt sich in eine Verarmungszone und einen quasi-neutralen Rest aufteilen
- Die Konzentration der Minderheitenladungsträger hängt exponentiell von der angelegten Spannung ab
- Minoritäten in den quasi-neutralen Regionen fließen mittels Diffusion.

Nun wollen wir die Konzentrationen und die Ströme in der ganzen Diode und schließlich berechnen.

Auf der p-Seite:

$$J_n = -qD_n \frac{dp}{dx} \qquad (*)$$

die Kontinuitätsgleichung sagt zusätzlich

$$\frac{1}{q}\frac{dJ_n}{dx} = -(U-G)$$

mit $G=0$ im Dunkeln. Ableiten von $*$ ergibt dann:

$$\frac{dJ_n}{dx} = -qD_n \frac{d^2p}{dx^2} = -q(U-G)$$

$$\Rightarrow \quad D_n \frac{d^2p_n}{dx^2} = U = \underbrace{U(p_n^0)}_{=0} + \underbrace{\frac{dU}{dp}}_{=\frac{1}{\tau_n}}(p_n - p_n^0)$$

da $\frac{d^2p_n^0}{dx^2} = 0$ kann man setzen

$$\frac{d^2p_n}{dx^2} = \frac{d^2}{dx^2}(p_n - p_n^0) \text{ , und somit}$$

$$\frac{d^2}{dx^2}(p_n - p_n^0) = \frac{1}{L_h^2}(p_n - p_n^0) \quad ; \quad \underbrace{L_h^2 = \tau D_h}_{\text{Diffusionslänge}}$$

Die obige Gleichung hat die allgemeine Lösung

$$(p_n - p_n^0) = A\, e^{(x-x_n)/L_h} + B\, e^{-(x-x_n)/L_h}$$

Da $(p_n - p_n^0)$ nicht divergieren wird für $x \to \infty$ folgt $A = 0$.

Außerdem wissen wir, daß $p_n(x_n) = p_n^0\, e^{qV/kT}$ ist.

Also:

$$p_n(x) = p_n^0 + B\, e^{-(x-x_n)/L_h}$$

und $p_n(x_n) = p_n^0\, e^{qV/kT} = p_n^0 + B\, \underbrace{e^{-(x_n-x_n)/L_h}}_{1}$

$$\Rightarrow B = [e^{qV/kT} - 1]\, p_n^0$$

$$\Rightarrow \quad p_n(x) = p_n^0 + p_n^0 [e^{qV/kT} - 1]\, e^{-(x-x_n)/L_h}$$

ganz ähnlich folgt

$$n_p(x) = n_p^0 + n_p^0 [e^{qV/kT} - 1]\, e^{-(x_p-x)/L_e}$$

für die Regionen außerhalb des Intervalls $[x_p, x_n]$

In Worten: die Minderheitenladungsträger-Konzentrationen fallen außerhalb der Verarmungszone exponentiell gegen die Gleichgewichtswerte.

Nun da wir die Konzentrationen kennen, können wir die Ströme berechnen:

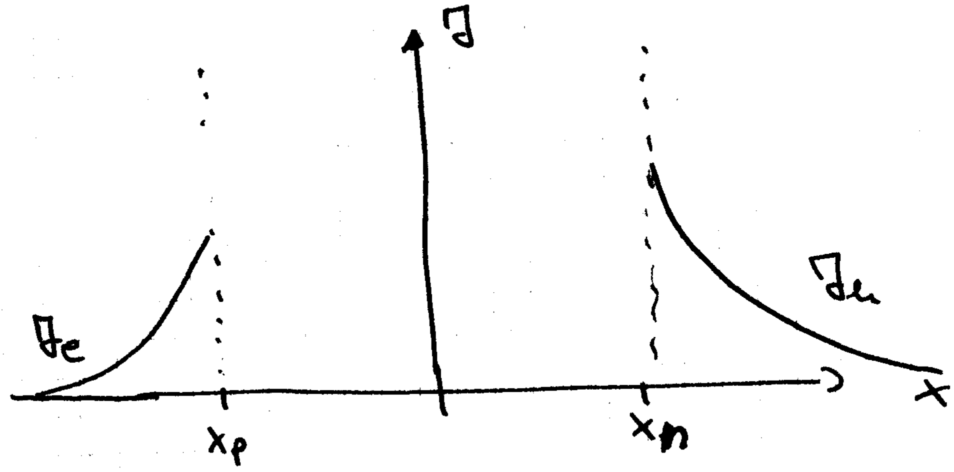
In den quasi-neutralen Regionen ist der Strom der Minoritäten diffusiv:

$$J_h = -q D_h \frac{dp}{dx} \qquad (n\text{- Seite})$$

$$\Rightarrow J_h = \frac{q D_h p_n^0}{L_h} \left[e^{qV/kT} - 1 \right] e^{-(x-x_n)/L_h}$$

und gleichermaßen auf der p-Seite:

$$J_e = \frac{q D_e n_p^0}{L_e} \left[e^{qV/kT} - 1 \right] e^{-(x_p - x)/L_e}$$



In der Verarmungszone gilt mittels der Kontinuitätsgleichung

$$\frac{1}{q} \frac{dJ_e}{dx} = U - G = -\frac{1}{q} \frac{dJ_h}{dx}$$

Die Änderungen der Ströme von einer Seite der Verarmungszone zur anderen sind:

$$\delta J_e = |\delta J_h| = q \int_{x_p}^{x_n} (U - G)\, dx$$

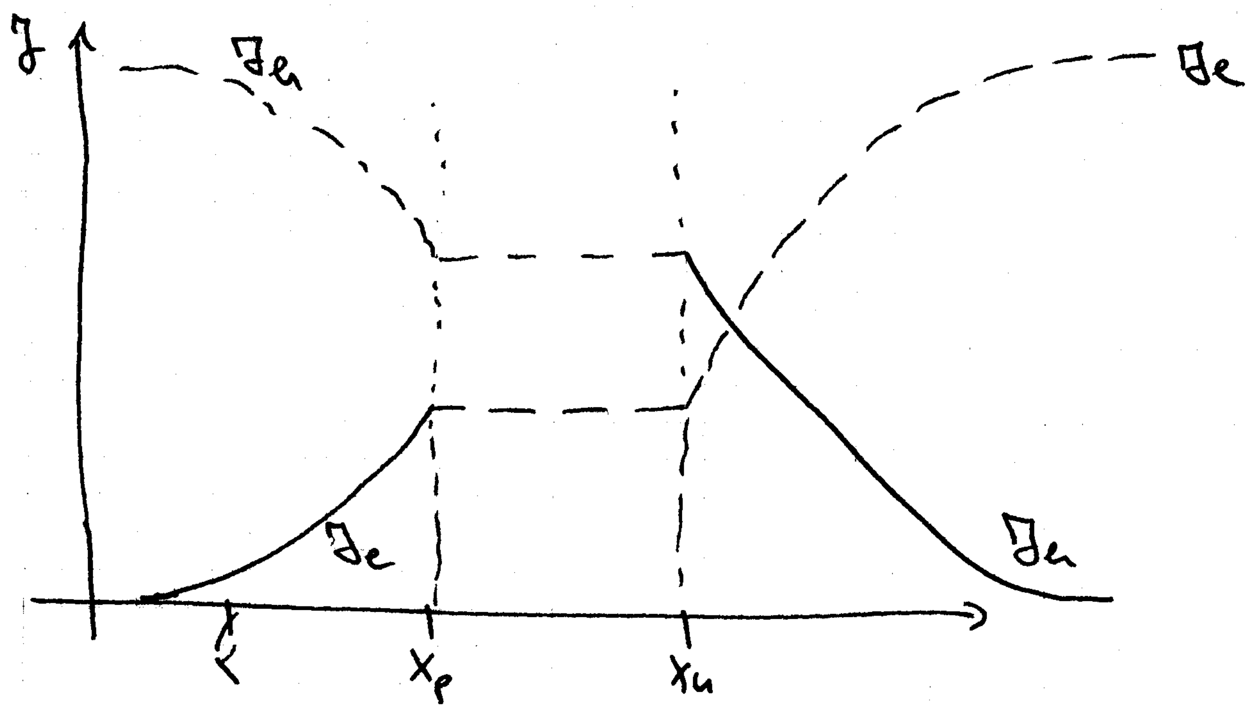
Nun ist $(x_n - x_p) \ll L_h$ und L_e, d.h.

die charakteristische Zerfallslänge von J ist viel größer als die Verarmungszone und deshalb das Integral ≈ 0 (das Intervall ist schlicht zu klein).

Da wir nun die Ströme in der Verarmungszone kennen, kennen wir auch den Gesamtstrom:

$$J_{total} = J_e(x_p) + J_h(x_p)$$
$$= J_e(x_p) + J_h(x_n)$$
$$= \left[\frac{q D_e n_p^0}{L_e} + \frac{q D_h p_n^0}{L_h} \right] \left(e^{qV/kT} - 1 \right)$$

Da sich der Gesamt-Strom nicht mit der Position x verändert kennen wir somit die Aufteilung der Ströme in der gesamten dunklen Solarzelle:



Wir haben hiermit das Gesetz einer idealen Diode hergeleitet, nämlich

$$I = I_0 \left[e^{qV/kT} - 1 \right]$$

und insbesondere den Saturierungsstrom I_0:

$$I_0 = A \left[\frac{q D_e n_i^2}{L_e N_A} + \frac{q D_h n_i^2}{L_h N_D} \right]$$

einer Diode mit Fläche A.

7.4.4 Die beleuchtete Solarzelle

Bescheint man eine Solarzelle, so erzeugt man Elektron-Loch paare mit der Erzeugungsrate G. Wir wollen vereinfachend annehmen, daß G eine Konstante ist, d.h. sich nicht mit der Tiefe innerhalb der Solarzelle ändert, d.h. $G(x) = G = const$. Das ist natürlich nicht wirklich richtig, weil kurzwelliges Licht nahe der Oberfläche absorbiert wird, während Licht nahe der Bandkante tief eindringt.

Wir müssen nun einfach die Herleitung der dunklen Zelle leicht modifizieren. Bei der dunklen Zelle hatten wir

$$J_n = -qD_n \frac{dp}{dx} \quad \text{und} \quad \frac{1}{q}\frac{dJ_n}{dx} = -(U - \underset{0}{G})$$

nun also einfach $G \neq 0$:

$$\frac{d^2}{dx^2}(p_n - p_n^0) = \frac{p_n - p_n^0}{L_n^2} - \underbrace{\frac{G}{D_n}}_{= const}$$

Die allgemeine Lösung ändert sich dadurch um eine Konstante:

$$(p_n - p_n^0) = G\tau_n + C e^{(x-x_n)/L_n} + D e^{-(x-x_n)/L_n}$$

Wiederum fordern wir: $p_n(x_n) = p_n^0 e^{qV/kT}$

und $C_1 = 0$

$$\Rightarrow \quad p_n(x) = p_n^0 + G\tau_h + D e^{-(x-x_n)/L_h}$$

$$p_n^0 e^{qV/kT} = p_n(x_n) = p_n^0 + G\tau_h + D e^0 \Rightarrow D = -p_n^0 - G\tau_h + p_n^0 e^{qV/kT}$$

- - - -

$$\Rightarrow \quad p_n(x) = p_n^0 + G\tau_h + \left[p_n^0 (e^{qV/kT} - 1) - G\tau_h \right] e^{-(x-x_n)/L_h}$$

Der Strom hängt wie zuvor von $\frac{dp}{dx}$ ab, also

$$\left(J_h = \frac{q D_h p_n^0}{L_h} \left[e^{qV/kT} - 1 \right] e^{-(x-x_n)/L_h} \text{ herleiten..} \right)$$

$$J_h = -q D_h \frac{dp}{dx}$$

$$= \left[p_n^0 (e^{qV/kT} - 1) - G\tau_h \right] \frac{-1}{L_H} e^{-(x-x_n)/L_h} (-) q D_h$$

$$= \left\{ \frac{q D_h}{L_h} p_n^0 \left(e^{qV/kT} - 1 \right) - q G \frac{\overbrace{\tau_h D_h}^{L_h^2}}{L_h} \right\} e^{-(x-x_n)/L_H}$$

$$= \left\{ \frac{q D_h}{L_h} p_n^0 \left(e^{qV/kT} - 1 \right) - q G L_h \right\} e^{-(x-x_n)/L_h}$$

Wiederum vernachlässigen wir Rekombination in der Verarmungszone, nicht aber die Erzeugung:

$|\delta J_h| = |\delta J_e| = qGW$ ist Änderung bei Übergang durch Verarmungszone

$$\Rightarrow \quad I = I_0 \left(e^{qV/kT} - 1\right) - I_L$$

mit $I_L \equiv qAG(L_e + W + L_h)$

und A ist die Fläche der Solarzelle. Da L_e und L_e die Diffusionslängen sind, sieht man, daß zum Strom der beleuchteten Zelle $e^{\ominus}$-Loch Paare beitragen, die in der Verarmungszone sowie eine Diffusionslänge auf beiden Seiten der Zone erzeugt werden. Sicherlich ein "vernünftiges" Ergebnis.