

Schönheit

Untertitel

Joachim Funke & Michael Wink (Hrsg.)

HEIDELBERG
UNIVERSITY PUBLISHING

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie. Detaillierte bibliografische Daten sind im Internet unter <http://dnb.ddb.de> abrufbar.



Dieses Werk ist unter der Creative Commons-Lizenz 4.0
(CC BY-SA 4.0) veröffentlicht.

Die Online-Version dieser Publikation ist auf den Verlagswebseiten von HEIDELBERG UNIVERSITY PUBLISHING (<http://heiup.uni-heidelberg.de>) unter der Rubrik Campus Media dauerhaft frei verfügbar (open access).

<https://doi.org/10.17885/heiup.hdjbo.2019.0>

© 2019. Das Copyright der Texte liegt bei den jeweiligen Verfassern.

ISSN 2509-7822 (Print)

ISSN 2509-2464 (Online)

ISBN 978-3-947732-57-9 (Softcover)

ISBN 978-3-947732-58-6 (Hardcover)

ISBN 978-3-947732-56-2 (PDF)

Inhaltsverzeichnis

Symmetrien	
Georg Wolschin	1
1 Einleitung	2
2 Symmetrien und Erhaltungsgrößen	9
3 Symmetrien und Naturgesetze	11
4 Suche nach der <i>CPT</i> -Verletzung	18
5 Ausblick	20

Symmetrien

GEORG WOLSCHIN

Institut für Theoretische Physik
Universität Heidelberg

Zusammenfassung

Beauty in nature is often – but not always – due to symmetries, structures, or simplicity. Like beauty, simplicity is very hard to grasp or to define in a scientific sense. Structures are much easier to precisely describe and investigate in research projects, such as excellence clusters. In this article, the concept of symmetry, its relation to structures, and the connection to the notion of beauty is explored. Following an introduction about symmetries and structures that we encounter in everyday life, and their impact on our sense of beauty, specific examples from the physical sciences are explored in more detail. The relation between symmetries and conservation laws, as well as their significance for the laws of nature that govern the four fundamental interactions are discussed.

1 Einleitung

Das Konzept der Symmetrie und ihrer Brechung ist tief verankert im Bauplan der Natur. In der Welt der Teilchen und Kräfte lehrt es uns, wie die Welt im Innersten zusammenhält – und das auf eine weitgehend exakte, jedenfalls mathematisierbare Weise. Wie dies mit dem Begriff der Schönheit zusammenhängt, ist weniger genau fassbar. Sehen wir uns als Beispiel eines der Bilder von Maurits Escher an (Abb. 1.1): In den Zeilen dieses Bildes sind die Vögel und die Fische jeweils *translationssymmetrisch* (symmetrisch gegenüber Verschiebung), wir können die Tiere von links nach rechts und umgekehrt ineinander verschieben. Dies ist eine der einfachsten grundlegenden Symmetrien, die in der Natur vorkommen. Die meisten werden das Bild auch *schön* oder zumindest ästhetisch finden.

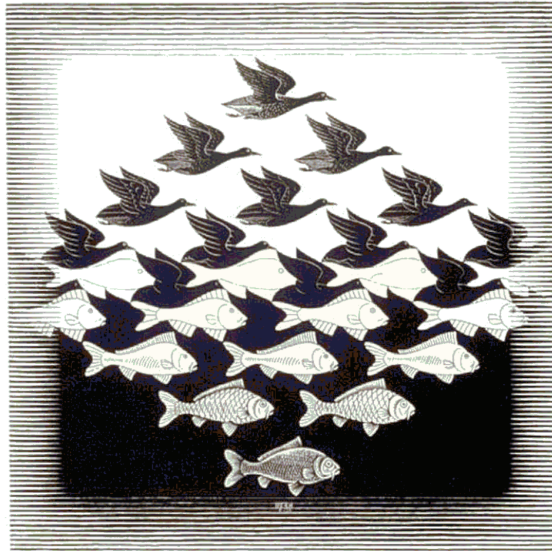


Abbildung 1.1: M. C. Escher: Luft und Wasser I.

© The M. C. Escher Company, B.V.

Sehr ästhetisch sind auch Mikroskopaufnahmen von Schneeflocken. Sie sind alle unterschiedlich, aber stets *drehsymmetrisch* (meist sechszählig wie in Abb. 1.2, selten auch zwölfzählig): “Under the microscope, I found that snowflakes were

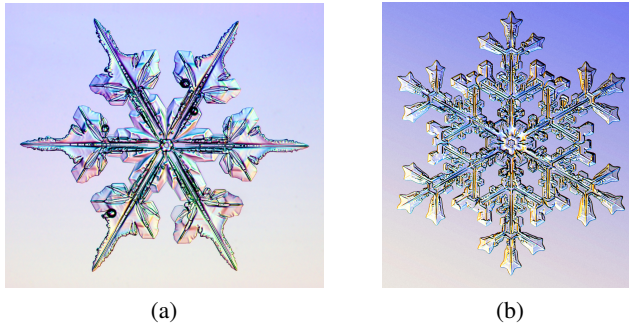


Abbildung 1.2: Rotationssymmetrie von Schneeflocken

© Kenneth G. Libbrecht, Caltech

miracles of beauty; and it seemed a shame that this beauty should not be seen and appreciated by others. Every crystal was a masterpiece of design and no one design was ever repeated. When a snowflake melted, that design was forever lost. Just that much beauty was gone, without leaving any record behind.” (Wilson A. Bentley, 1865-1931).

Die beeindruckende Rotationssymmetrie der Schneeflocken bei Drehungen um 60, 120, 180, 240 und 300 Grad, und auch bei Spiegelungen an sechs Geraden durch den Mittelpunkt haben ihre Ursache in der eigenwilligen Struktur und den chemischen Eigenschaften des Wassermoleküls H_2O , die das sechseckige Muster bewirken. Für den Astronomen Johannes Kepler (1571-1630) erschien dies seinerzeit als ein Wunder der Natur: “Die sechs Winkel sind so gleich, das es unmöglich für einen Menschen wäre, etwas so Genaueres herzustellen” – eine Erklärung für die große Vielfalt der Schneekristalle und ihre Struktur hatte Kepler aber noch nicht. Der Hamburger Biologe Irenäus Eibl-Eibesfeldt (1928-2018) schreibt sinngemäss zum Thema Symmetrien in seinem Werk *Weltsprache Kunst*, dass es in Natur und Kunst sichtbare Zeichen (“Wirkungsgesetze”) gibt, die als Archetypen des Ästhetischen zu interpretieren sind.

Aber nicht nur vom Standpunkt der Kunst und der Chemie sind symmetrische Strukturen wie die Schneekristalle von Interesse, sondern auch für die Mathematik, denn die Menge der Bewegungen, die den Kristall in sich überführen, bilden eine Gruppe im mathematischen Sinn. Allgemeiner bilden alle Bewegungen, die ein be-

liebigen Objekt ungeändert lassen, die Symmetriegruppe des Objekts, anhand derer man Objekte auch klassifizieren kann. So lassen sich etwa verschiebungssymmetrische Kristallstrukturen im dreidimensionalen Raum (siehe der Kochsalzkristall in Abb. 1.3) klassifizieren, und die Mathematik zeigt, dass es für die Anordnung von Atomen und Molekülen im Raum 230 mögliche Kristalltypen gibt.

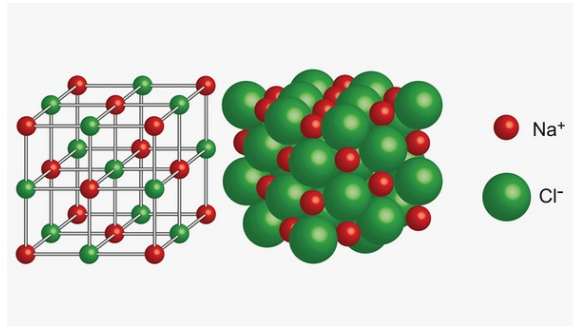


Abbildung 1.3: Kochsalzkristall NaCl

© Bayerischer Rundfunk

Wie beim Schneekristall spielen oft mehrere Symmetrien gleichzeitig eine Rolle. Ein Beispiel zeigt Abb. 1.4, ebenfalls von Escher: Wir finden dort bei genauem Hinsehen translations- und drehsymmetrische Schmetterlingsanordnungen, und wenn wir die Farbrotaion dazunehmen, sowohl drei-, als auch sechszählige Drehungen. Rotationssymmetrie ist auch im Pflanzenreich oft zu finden, so bei vielen Blüten, siehe Abb. 1.5. Kombinieren wir Rotation und Translation, ergibt sich ebenfalls eine Symmetrie, wie man sie von Wendeltreppen oder auch der Doppelhelixstruktur der Desoxyribonukleinsäure (DNS) kennt.

Allerdings sind die Schmetterlinge in Abb. 1.4 selbst – wie die meisten Tiere und auch der Mensch – keineswegs rotationssymmetrisch oder spiralförmig aufgebaut, sondern rechts-links spiegelsymmetrisch wie die Libelle in Abb. 1.6. Nur sehr wenige wasserlebende Organismen weichen äußerlich von der Bilateral-symmetrie ab. Auch in der Technik sind Fahrzeuge, Schiffe und Flugzeuge meist bilateralsymmetrisch. Im Innern ist jedoch die Spiegelsymmetrie meist gebrochen – siehe Herz, Leber und Gallenblase beim Menschen, oder die Lenksäule im Auto. Das Erscheinungsbild der Natur und Technik im makroskopischen Bereich ist demnach nur teilweise symmetrisch. Dabei ist Asymmetrie hier nicht gleichbedeu-

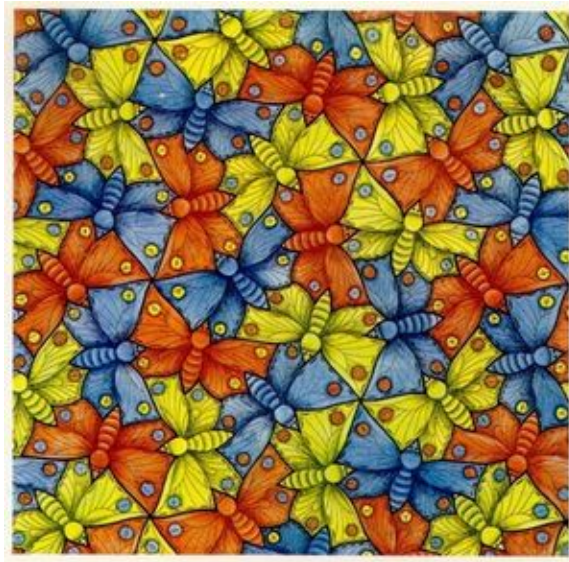


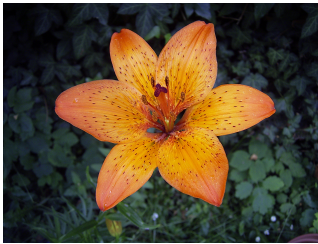
Abbildung 1.4: M. C. Escher: Symmetrie E70

© The M. C. Escher Company, B.V.

tend mit Unordnung oder Durcheinander, sondern gibt in der Regel einen Hinweis auf tiefer liegende Strukturen, wie sie beispielsweise zum Funktionieren eines Organismus notwendig sind: so hätten wir mit zwei spiegelsymmetrischen Herzen wohl Kreislaufprobleme.

Im Hauptteil dieses Kapitels werden wir uns dann wesentlich mit der Frage auseinandersetzen, wie es mit den Symmetrien bei den fundamentalen Naturkräften bestellt ist: Welche gibt es, sind sie erhalten oder gebrochen? Welche Konsequenzen hat das für die makroskopische, von uns direkt wahrgenommene, Welt und für das Universum? Gilt für die Symmetrie der Naturgesetze (oder auch ihre Verletzung) ähnlich wie bei Tieren und Pflanzen noch der Begriff der Schönheit? Genauer sollten wir hier wohl nach der "Schönheit" der Gleichungen fragen, in die sich die Naturgesetze fassen lassen.

Die von uns im Alltagsleben wahrgenommenen Symmetrien sind dabei nur begrenzt direkt übertragbar. So macht es bei den Naturgesetzen zwar Sinn, nach einer Spiegelsymmetrie zu fragen – jedoch handelt es sich hier um eine *Raum-*



(a) Feuerlilie



(b) DNS

Abbildung 1.5: Symmetrien bei Blüten und der Doppelhelix

© D. Barthel; A. Handy, SD Times

spiegelung (= *Paritätsoperation*), bei der nicht nur rechts und links, sondern auch oben und unten, sowie vorne und hinten vertauscht werden. Lebewesen sind selbstverständlich nicht symmetrisch gegenüber Raumspiegelung, man denke nur an Ober- und Unterseite eines Pferdes. Die Ursachen für den formgebenden Unterschied liegen hier einerseits darin, dass es zwischen Bewegung und Form einen Zusammenhang gibt, andererseits an der Schwerkraft: beides bewirkt die Ausbildung von Bilateralsymmetrie. Bei den Naturgesetzen ist das jedoch anders.

Fundamental wie die Raumspiegelung ist für die Naturgesetze auch die Symmetrie bei *Ladungsaustausch*, bei der positive gegen negative Ladungen getauscht werden, und umgekehrt. Dazu kommt die Symmetrie bei *Zeitspiegelung*, die in der makroskopischen Welt im Unterschied zur Quantenwelt nicht real wahrnehmbar ist. Alle drei Symmetrien und verschiedene Kombinationen werden wir im Einzelnen untersuchen.

Zum Zusammenhang von Natur, Wissenschaft, Symmetrie und Schönheit gibt es viele Kommentare. So meinte der Mathematiker, Physiker und Philosoph Henri Poincaré (1854-1912): “The Scientist does not study nature because it is useful to do so. He studies it because he takes pleasure in it; and he takes pleasure in it because it is beautiful,” und J. W. N. Sullivan (1886-1937), der Biografien von Newton (1643-1727) und Goethe (1749-1832) verfasst hat, schrieb: “It is in its aesthetic value that the justification of the scientific theory is to be found and with it the justification of the scientific method.” Am Beispiel von Goethes Farbenlehre können wir jedoch gut sehen, wo die Grenzen einer solchen Betrachtungsweise liegen: In seinen über viele Jahre gemachten Überlegungen wollte er das Phänomen Farbe nicht einseitig naturwissenschaftlich-physikalisch, sondern in

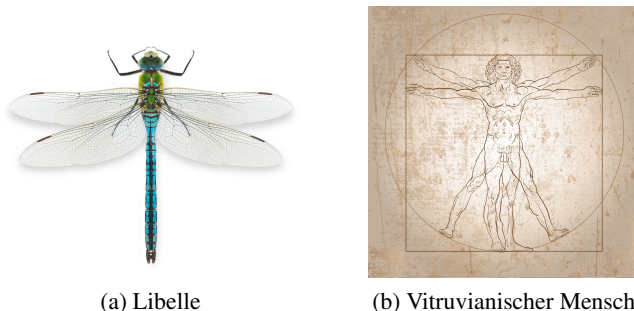


Abbildung 1.6: Bilateralsymmetrie bei Lebewesen

© Leonardo da Vinci (1452-1519)

seiner "Gesamtheit" erfassen und beschreiben [1]. Für ihn war Licht eine Einheit und nicht aus verschiedenen Spektralfarben zusammengesetzt, wie es Newton in Experimenten mit Lichtspalt und Prisma nachgewiesen hatte [2]: Ein Prisma zerlegt weisses Licht in seine Farben, die verschiedenen Wellenlängen entsprechen; weisses Licht ist daraus zusammengesetzt. Daran kamen auch eingefleischte Goethe-Anhänger nicht vorbei, wengleich der Meister selbst im Gespräch mit Johann Peter Eckermann (1792-1854) meinte, dass er in seinem Jahrhundert in



Abbildung 1.7: Isaac Newton bei Experimenten mit Licht

© Nature / Apic / Getty

der schwierigen Wissenschaft der Farbenlehre der einzige sei, der das Rechte wisse. In der Wissenschaft – und vor allem in den Naturwissenschaften – müssen jedoch Gültigkeit und Relevanz von Theorien stets anhand von beobachtbaren und messbaren Fakten beurteilt werden. Dennoch ist die Ästhetik – gerade im Laufe der Entwicklung neuer Theorien – ebenfalls eine wichtige Kategorie.

Dabei spielen Symmetrien und ihre Brechung eine wichtige Rolle. Es ist in der theoretischen Physik vorgekommen, dass eine von der Struktur der Gleichungen her ästhetisch attraktive Theorie, die zur Entstehungszeit den Tatsachen zu widersprechen schien, viele Jahre später doch akzeptiert wurde, als man die Fakten wesentlich genauer kannte. Ein Beispiel ist Hermann Weyls (1885-1955) zweikomponentige Wellengleichung für masselose *Fermionen* (Teilchen mit halbzahligem Eigendrehimpuls, Spin) aus dem Jahr 1929 [3]: Sie ist formal ästhetisch, verletzte jedoch die lange Zeit für grundlegend gehaltene Raumspiegelungs-Invarianz und wurde deshalb abgelehnt. Dann entdeckte man fast 30 Jahre später experimentell im Kobaltzerfall [4], dass die Parität in der Natur durchaus verletzt ist – und die Weyl-Gleichung wurde nachträglich akzeptiert: Sie war nicht nur ästhetisch, sondern auch im Rahmen ihres Gültigkeitsbereiches korrekt.

Ein anderes Beispiel ist die ursprünglich 1926 von Erwin Schrödinger (1887-1961) formulierte Klein-Gordon-Gleichung [5, 6, 7]: historisch die erste relativistische (bei Geschwindigkeiten in der Nähe der Lichtgeschwindigkeit gültige) Wellengleichung. Auch sie erfüllt Kriterien mathematischer Eleganz, wurde aber verworfen, weil ihre Lösungen negative Wahrscheinlichkeitsdichten haben konnten – Wahrscheinlichkeiten müssen jedoch im Allgemeinen positiv (semi-)definit sein. Dennoch wurde die Gleichung viel später bei der Entwicklung von Quantenfeldtheorien als Basis für skalare Mesonfelder etabliert, setzte sich also langfristig als korrektes mathematisches Werkzeug in der Beschreibung der Natur durch.

Zweifellos gibt es aber auch mathematisch reichhaltige und ästhetisch ansprechende Theorien, die in der Natur keine Entsprechung gefunden haben – und andere, bei denen das noch eine offene Frage ist, wie im Fall der sogenannten Supersymmetrie in der Elementarteilchenphysik [8]. Dort ist bis heute unklar, ob es zu jedem elementaren *Boson* mit ganzzahligem Eigendrehimpuls ein entsprechendes *Fermion* mit halbzahligem Spin gibt – gefunden hat man jedenfalls nach heutigem Stand trotz intensiver Suche durch mehrere große internationale Kollaborationen (insbesondere ATLAS und CMS) am Large Hadron Collider LHC des Europäischen Forschungszentrums CERN in Genf noch keines [9]: Die

Natur kann man nicht zwingen, Teilchen zu produzieren, nur weil Theorien sie vorhersagen. Angesichts mangelnder Fakten lässt sich Naturwissenschaft nicht allein durch mathematisch anspruchsvolle – und teils auch ästhetisch ansprechende – Theoriebildung ersetzen, wie das Kritikerinnen in der New York Times und Kritiker [10, 11, 12] publikumswirksam betont haben.

Es ist demnach Ziel von Wissenschaft und insbesondere von theoretischer Physik, Modelle und Theorien zu entwerfen, die sowohl korrekt als auch ästhetisch sind, und darüber hinaus Vorhersagekraft haben. Symmetrien geben dabei wichtige Leitlinien. Im folgenden untersuchen wir zunächst den Zusammenhang von Symmetrien mit Erhaltungsgrößen – also Größen, die sich in bestimmten physikalischen Prozessen oder dem zeitlichen Verlauf der Entwicklung eines Systems nicht ändern. Anschliessend besprechen wir die für die Naturgesetze fundamentalen Symmetrien Raumpiegelung, Ladungskonjugation und Zeitumkehr. Wann sind sie erhalten, wann verletzt? Was bedeutet das für die Formulierung von Naturbeschreibung, und gibt es einen Zusammenhang zu Schönheit und Ästhetik?

2 Symmetrien und Erhaltungsgrößen

Grundlegend für die Verbindung zwischen Symmetrien von physikalischen Naturgesetzen und Erhaltungsgrößen (wie Ladung, Energie oder Impuls) ist das von Emmy Noether (Abb. 2.1) 1918 entwickelte und nach ihr benannte *Noether-Theorem* [13], das zu einer wichtigen Grundlage moderner Physik geworden ist. Demnach gehört zu jeder kontinuierlichen Symmetrie eine Erhaltungsgröße, und unter Symmetrie versteht man allgemein eine Transformation wie Translation oder Rotation, die das Verhalten eines physikalischen Systems nicht ändert.

Richard Feynman (1918-1988) hat *Symmetrie* etwas verständlicher so definiert: “Ein Ding ist symmetrisch, wenn man es einer bestimmten Operation aussetzen kann und es danach als genau das gleiche erscheint wie vor der Operation.” Dabei beginnt man in der Physik häufig gar nicht mit der Symmetrie der Dinge, sondern mit den Symmetrien selbst, und fragt erst anschliessend nach den “Dingen” – wie etwa den Naturgesetzen, die eine vorgegebene Symmetrie haben.

Eine Erhaltungsgröße eines Systems von Teilchen ist eine Funktion der Zeit, der Geschwindigkeit und des Ortes der Teilchen, deren Wert sich auf jeder Bahn durch den Phasenraum nicht mit der Zeit ändert. Zum Beispiel ist die Energie eines Teilchens, das sich in einem skalaren Potential bewegt, eine Erhaltungsgröße.



Abbildung 2.1: Emmy Noether (1882 - 1935)

Allgemein folgt die Energieerhaltung aus der Homogenität der Zeit, die Impulserhaltung aus der Homogenität des Raumes: Der Impuls eines freien Teilchens ist konstant, nicht dagegen der Impuls eines Teilchens im Gravitationsfeld der Sonne, denn der jeweilige Ort ist wesentlich für die Bewegung des Teilchens. Aus der Isotropie des Raumes – also der Unabhängigkeit von der Richtung (Rotationsinvarianz) – folgt die Erhaltung des Drehimpulses. Beispielsweise bleibt der Drehimpuls eines Teilchens im Gravitationsfeld der Sonne stets erhalten, da das Gravitationspotenzial in allen Richtungen das gleiche ist. Im Folgenden werden wir insbesondere auch Symmetrien untersuchen, die der Erhaltung der *Ladung* von Elementarteilchen entsprechen – sie betreffen Wellenfunktionen dieser subatomaren Teilchen, wie Quarks, Neutrinos oder Elektronen. Die Ladung ist ein sogenannter lorentzinvarianter Skalar, der in allen Bezugssystemen den gleichen Wert hat – was ihn fundamental von Impuls und Drehimpuls unterscheidet (beides sind Vektoren, gerichtete Größen).

Den hier angedeuteten Zusammenhang von Symmetrien und Erhaltungsgrößen hat Emmy Noether in ihrem Theorem für solche physikalische Systeme mathematisch formuliert, deren Bewegungsgleichungen aus einem sogenannten Variationsprinzip abgeleitet werden können – das ist in der bekannten Newtonschen Physik, aber auch in der relativistischen Physik, wo die Galilei- durch die Lorentz-Transformation ersetzt wird, meist der Fall.

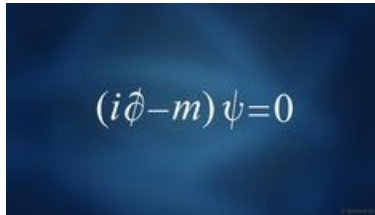
The image shows the free Dirac equation, $(i\hat{\phi} - m)\psi = 0$, centered on a dark blue background with a subtle light gradient.

Abbildung 3.1: Freie Dirac-Gleichung

© P. A. M. Dirac / Stellario Cama

3 Symmetrien und Naturgesetze

Wir können die Definition der Symmetrie von Feynman – die sich an eine ältere von Hermann Weyl anlehnt – nun auch von Objekten im Raum auf die Naturgesetze selbst, beziehungsweise auf ihre Formulierungen durch Gleichungen, übertragen. Für die Skalensymmetrie von Newtons Gleichungen der Planetenbewegungen beispielweise gilt: Ein Naturgesetz wie das Newtonsche, das Zustandsvariable wie Orte und Geschwindigkeiten und Parameter wie Massen und Naturkonstanten enthält, soll in Anlehnung an die Symmetrien von Objekten im Raum *symmetrisch* bezüglich einer Transformation heißen, wenn die Variablen und Parameter unter Beachtung der Regeln der Mathematik durch ihre transformierten Gegenstücke ersetzt werden können, und für diese identisch dasselbe Naturgesetz gilt [14]. In diesem Sinne untersuchen wir jetzt Naturgesetze im Hinblick auf ihre Symmetrien bezüglich Raumspiegelung (Paritätssymmetrie P), Ladungskonjugation (C) und Zeitumkehr (T).

Beginnen wir mit dem Gesetz, welches das Verhalten von Elektronen im Vakuum, und auch in starken elektromagnetischen Feldern beschreibt, wie sie beispielsweise ein Atomkern erzeugt. Der Kern ist aus positiv geladenen Protonen und neutralen Neutronen aufgebaut, und in seinem Feld besetzen die negativ geladenen Elektronen Quantenzustände, die wir auf der Grundlage eines von Paul Dirac (1902-1984) im Jahre 1928 gefundenen Gesetzes und der dazugehörigen, später nach ihm benannten Gleichung [15] präzise ausrechnen können – in einfachen Spezialfällen wie dem Wasserstoffatom lassen sich analytische Lösungen finden, im Allgemeinen braucht man bei schweren Atomen mit vielen Kernteilchen und Elektronen Computer, um das Problem numerisch zu lösen.

Die so bestimmten Quantenzustände mit den dazugehörigen vier räumlichen Wellenfunktionen (*Spinoren*) charakterisieren die – nach aussen hin neutralen – Atome, die Bausteine der materiellen Welt. Bis auf kleine Abweichungen wie die Lamb-Verschiebung, die man im Rahmen der Quantenfeldtheorie beschreibt, stimmen die Ergebnisse sehr genau mit den Messwerten überein, so dass die Dirac-Gleichung als die relativistisch korrekte Beschreibung des Elektrons gilt, in der auch der Eigendrehimpuls (Spin) des Elektrons bereits berücksichtigt ist.

Für Mathematiker und theoretische Physiker hat die Dirac-Gleichung (siehe Abb. 3.1) für freie Teilchen, ohne elektromagnetisches Feld, mit der imaginären Einheit i , dem Differenzialoperator $\not{\partial}$, dem vierkomponentigen Spinor ψ , und der Masse $m \simeq 511$ Kiloelektronenvolt/ c^2 des Elektrons als grundlegende Gleichung der relativistischen Quantenmechanik für Fermionen auch eine hohe ästhetische Qualität, und jeder sollte selbst entscheiden, ob er oder sie dem zustimmt.

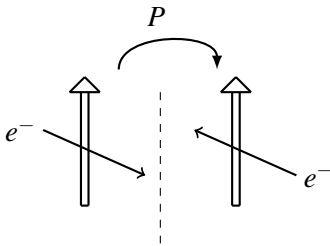


Abbildung 3.2: Paritätstransformation P bei Elektronen (e^-): Impulsumkehr (Pfeile), Spin bleibt erhalten (Doppelpfeile)

Nachdem wir das Naturgesetz der relativistischen Quantenmechanik und die ihm entsprechende Gleichung gefunden haben, können wir untersuchen, wie sie sich bei verschiedenen Symmetrieeoperationen verhält. Fangen wir an mit der Raumspiegelung (Paritätstransformation). Sie vertauscht bei den räumlichen Koordinaten sowohl rechts und links, als auch oben und unten, während die Zeitkoordinate unverändert bleibt. In kartesischen Koordinaten bedeutet dies, dass sich die Vorzeichen aller räumlichen Komponenten und demnach auch die des Impulses umkehren, siehe dünne Pfeile in Abb. 3.2. Der Eigendrehimpuls (Spin, dicke Pfeile) bleibt jedoch erhalten, ebenso die negative Ladung des Elektrons, symbolisiert durch e^- .

Der Spinor ψ ist eine Funktion von allen vier Raum-Zeit-Koordinaten, und wir müssen jetzt untersuchen, ob sich die Dirac-Gleichung ändert, wenn wir die Paritätstransformation ausführen. Das erfordert mathematische Operationen, die wir hier überspringen [16, 17, 18, 19] – das Ergebnis ist: Die Dirac-Gleichung ist invariant gegenüber der Raumspiegelung, sie ändert sich nicht bei der Paritäts-

transformation. Das gilt nicht nur für die freie Dirac-Gleichung, sondern auch für die Gleichung mit elektromagnetischem Feld, und wir können daraus schließen, dass die elektromagnetische Wechselwirkung selbst paritätsinvariant ist.

Von den vier fundamentalen Kräften der Physik sind außer dem Elektromagnetismus auch die Gravitation und die starke Wechselwirkung invariant unter Raumspiegelungen: Die von ihnen verursachten Prozesse würden das betreffende System oder das jeweilige Elementarteilchen nach Raumspiegelung des Anfangszustands in den gespiegelten Endzustand überführen. Im Fall der schwachen Wechselwirkung, die den natürlichen radioaktiven Betazerfall vieler Elemente wie beispielsweise des schweren Wasserstoffisotops Tritium verursacht, haben jedoch Tsung-Dao Lee und Chen Ning Yang 1956 postuliert [20], dass dort die Raumspiegelungsinvarianz verletzt ist.

Dies konnte die chinesisch-amerikanische Physikerin Chien-Shiung Wu wenig später in Zusammenarbeit mit der Tieftemperaturgruppe des National Bureau of Standards beim Betazerfall von polarisiertem Cobalt-60 zu Nickel-60 experimentell bestätigen [4]: Es wurden deutlich mehr Elektronen antiparallel zur Spinrichtung der Kerne emittiert als parallel dazu. Der Unterschied hatte die maximal mögliche Größe, die Invarianz gegenüber Raumspiegelung war eindeutig verletzt. Kurz darauf konnte eine andere amerikanische Gruppe die Paritätsverletzung auch beim Zerfall des Myons in Elektron und Neutrino nachweisen [21]: Das Elektron wird bevorzugt entgegen der Spinrichtung des Myons ausgesandt.

Man schließt daraus, dass die beim Beta- und beim Myon-Zerfall ausgesandten, nahezu masselosen und ungeladenen, schwach wechselwirkenden *Neutrinos* “linkshändige” Teilchen mit bevorzugtem “Drehsinn” sind. Zwar ließe sich die Parität als fundamentale Symmetrie der Natur wiederherstellen, wenn Elementarteilchen wie das Neutrino “rechtshändige” Partner hätten (bei ungebrochener Paritätssymmetrie mit gleicher Masse, bei gebrochener Symmetrie mit unterschiedlicher Masse). Jedoch fehlt jede Evidenz dafür, dass es solche “Spiegelmaterie”-Teilchen gibt, so dass wir in der Physik heute davon ausgehen, dass die schwache Wechselwirkung die Parität verletzt. In den Worten von Lee und Yang [20]: “Weak interactions differentiate the right from the left”.

Schon 1928 hatten Cox et al. erste Hinweise auf eine Paritätsverletzung anhand der Polarisation von Betastrahlung gefunden und publiziert [22]. Dies passte jedoch nicht zur damaligen Lehrmeinung, dass die Parität in der Natur erhalten sein müsse, und wurde als Messfehler angesehen . . . Das Ergebnis löste in Physik und

Naturwissenschaft einen ganz wesentlichen Paradigmenwechsel aus, da dies vorher undenkbar erschien. So hatte offenbar auch der Heidelberger Nobelpreisträger Hans Daniel Jensen (1907-1973) den lokalen Experimentalisten abgeraten¹, nach einer Paritätsverletzung zu suchen – was sie dann auch nicht taten, jedenfalls nicht vor Wus bahnbrechender Publikation.

Als nächstes untersuchen wir die Dirac-Gleichung und die elektromagnetische Wechselwirkung in Bezug auf ihr Verhalten bei Ladungskonjugation (C -Operation). Beim Vertauschen der Ladung (genauer: aller ladungsartigen Quantenzahlen) werden aus Teilchen wie dem negativ geladenen Elektron Antiteilchen mit entgegengesetzter Ladung; Impuls (dünne Pfeile) und Spinrichtung (dicke Pfeile) bleiben jedoch gleich (Abb. 3.3). Tatsächlich sind in Diracs Gleichung und dem vierkomponentigen Spinor, der sie löst, nicht nur Elektronen, sondern auch deren positiv geladene Antiteilchen enthalten. Als die Gleichung abgeleitet wurde, waren jedoch nur zwei Sorten von geladenen Teilchen bekannt: Elektronen, und positiv geladene Protonen. Man hielt deshalb zunächst das etwa 1836 mal schwerere Proton für das Antiteilchen des Elektrons, und erklärte die viel größere Masse durch die Wechselwirkung mit den anderen Teilchen im voll besetzten “Dirac-See” der Antiteilchen [23].

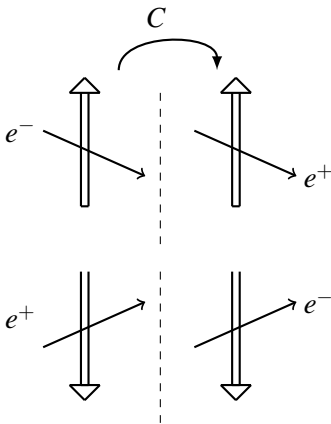


Abbildung 3.3: Ladungskonjugation C von Elektronen (e^-) und Positronen (e^+)

¹ priv. comm. J. Heintze (1926-2012)

Im folgenden Jahr zeigte jedoch Hermann Weyl [24], dass aus Symmetriegründen Teilchen und Antiteilchen die gleiche Masse haben müssen, worauf Dirac noch im selben Jahr seine Theorie korrigierte, und ein “Antielektron” mit der gleichen Masse wie das Elektron, jedoch entgegengesetzter (positiver) Ladung postulierte [25]. Die zahlreichen Kritiker dieser revolutionären Hypothese verstummten bald darauf, als Carl David Anderson (1905-1991) unter Sekundärteilchen der kosmischen Höhenstrahlung anhand der Ablenkung im Magnetfeld das Antielektron identifizieren konnte [26]. Der heute gebräuchliche Name *Positron* stammt ebenfalls von Anderson [27]. Diese experimentelle Bestätigung der kurz zuvor in der Theorie postulierten Existenz von Antimaterie war ein ganz wesentlicher Schritt für die weitere Entwicklung der Naturwissenschaften – inzwischen kennt man für die zahlreichen heute bekannten, meist kurzlebigen Teilchen auch die jeweiligen Antiteilchen [28]. Die Antiteilchen zu den neutralen, bei Paritätsexperimenten als linkshändig identifizierten Neutrinos sind rechtshändig.

Während nicht nur die elektromagnetische, sondern auch die starke Wechselwirkung – die beispielsweise für den Zusammenhalt der Atomkerne sorgt – invariant gegenüber Ladungskonjugation ist, bricht die schwache Wechselwirkung nicht nur die Parität, sondern auch die Ladungsinvarianz, denn unter *C*-Konjugation wird aus einem linkshändigen Neutrino ein rechtshändiges – und das wird in der Natur nicht beobachtet. Für einige Jahre nach diesen Entdeckungen hatte man – im Sinne des Strebens nach Symmetrie und Schönheit in der Natur – die Hoffnung, dass wenigstens die *CP*-Symmetrie erhalten ist, bei der zusätzlich zur Raumspiegelung auch Teilchen mit Antiteilchen vertauscht werden. Schon 1964 zeigte jedoch eine US-amerikanische Wissenschaftlergruppe, dass sich Unregelmäßigkeiten beim Zerfall neutraler *K*-Mesonen nur durch eine Verletzung der kombinierten *CP*-Symmetrie erklären lassen [29]: Am Brookhaven National Laboratory fanden sie mit einer Rate von etwa zwei Promille *CP*-verletzende Zerfälle des K_L^0 -Mesons in zwei geladene π -Mesonen. Zwei der Gruppenmitglieder bekamen für die Entdeckung 1980 den Nobelpreis für Physik.

Die Entdeckung der Verletzung der Ladungspartität brachte eine Erklärungsmöglichkeit für die Unausgewogenheit unseres Universums mit sich: Planeten, Sterne und Galaxien bestehen aus Materie, man findet nur ganz wenige Anzeichen für Antimaterie im Weltall. Beim Urknall sollten jedoch Materie und Antimaterie zu gleichen Teilen aus Energie entstanden sein, wie wir es in der Tat heute in Teilchenbeschleunigern, beispielsweise dem LHC, bei Proton-Proton und Schwerionenkol-

lisionen beobachten – woher kommt also die Materie-Antimaterie-Asymmetrie? Der russische Physiker Andrei Sakharow (1921-1989) wies 1967 darauf hin [30], dass die CP -Verletzung neben Baryonenzahlverletzung und Nichtgleichgewicht eine von drei Voraussetzungen zur Erklärung der beobachteten Baryonenasymmetrie ist. Leider reicht aber die im Kaonenzerfall gemessene CP -Verletzung nicht für eine quantitative Erklärung aus, so dass die Ursache der Asymmetrie heute nach wie vor Gegenstand intensiver Forschung ist.

Eine dritte für die Physik – und besonders die Elementarteilchenphysik – zentrale Symmetrieoperation ist die Zeitumkehr-Transformation. Zwar ist es im Alltagsleben eher unwahrscheinlich, dass sich die Zeit umkehren lässt – sowohl der thermodynamische als auch der kosmologische Zeitpfeil sind von der Vergangenheit in die Zukunft gerichtet [31]. Die mikroskopischen Gesetze der Materie hielt man jedoch lange für zeitlich umkehrbar (reversibel). Das gilt insbesondere für die Grundgesetze der Quantenmechanik und die entsprechenden Gleichungen, etwa die bekannte Schrödingergleichung, oder die Diracgleichung im relativistischen Fall. Wenn wir die Zeitkoordinate umkehren, kehren sich auch der Impuls und der Spin um, die Ladung bleibt jedoch gleich (Abb. 3.4). Der zeitgespiegelte Zustand ist dann eine physikalisch mögliche Lösung der Grundgleichungen für die elektromagnetische Wechselwirkung, sowie für die Gravitation. Auch die Gleichungen der starken Kraft, die beispielsweise für den Zusammenhalt der Atomkerne sorgt, und die Gravitation sind zeitlich reversibel.

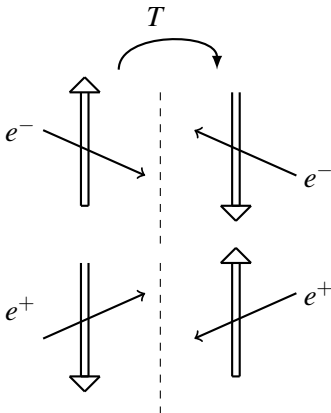


Abbildung 3.4: Zeitumkehrtransformation T von Elektronen (e^-) und Positronen (e^+)

Allerdings war bereits seit den 1950er Jahren das CPT -Theorem bekannt: Für jeden Prozess mit Materie läuft der entsprechende raumgespiegelte und zeitumgekehrte mit Antimaterie in gleicher Weise ab, wie Theoretiker [32, 33] für Quan-

tenfelder bewiesen hatten. Da die schwache Wechselwirkung nicht CP -invariant ist, folgt daraus, dass sie auch die Zeitumkehrinvarianz verletzen muss, wie das die CPLEAR-Kollaboration am CERN 1998 im System neutraler K -Mesonen (Kaonen), zu zeigen versuchte [34]; sie bestehen aus einem strange-Quark oder seinem Antiteilchen sowie einem up- oder down-Quark oder dessen Antiteilchen. Die Umwandlung eines neutralen Kaons in ein Antikaon erwies sich um 0,66 Prozent wahrscheinlicher als umgekehrt, demnach wäre die T -Invarianz verletzt. Leider ist ein nicht präzise bestimmbarer Teil des beobachteten Effekts wohl nicht durch die verletzte Zeitumkehrinvarianz verursacht worden, sondern durch die ebenfalls stattfindenden irreversiblen CP -verletzenden Zerfallsprozesse. Erst wesentlich später (2012) ist es der BABAR-Kollaboration am Forschungszentrum SLAC in Kalifornien gelungen, mit verschränkten Paaren von B -Mesonen die T -Invarianzverletzung durch die schwache Wechselwirkung unumstritten nachzuweisen [35]. Die B -Mesonen ähneln den K -Mesonen, sind aber schwerer und bestehen aus einem bottom- oder antibottom-Quark mit einem up- oder down-Partner.

Die auf diese Weise bewiesene Verletzung der T -Invarianz ist jedoch nicht gleichbedeutend damit, dass die fundamentalen Gesetze der Physik – speziell die schwache Wechselwirkung – zwischen Vergangenheit und Zukunft unterscheiden. Vielmehr erfordert das exakt zeitumgekehrte Analogon eines Prozesses, der die schwache Wechselwirkung enthält, auch eine Raumspiegelung (P) und einen Tausch von Materie und Antimaterie (C).

Die CPT -Symmetrie ist aber stets erhalten – jedenfalls im Rahmen des Standardmodells der Teilchenphysik, das als Quantenfeldtheorie eine einheitliche Beschreibung von drei der vier fundamentalen Wechselwirkungen (nicht jedoch der Gravitation) auf der Grundlage lokaler Eichsymmetrien und der dazugehörigen Symmetriegruppen ermöglicht. Dieses Modell beschreibt zahlreiche Phänomene der Teilchenphysik mit erstaunlicher Präzision. Es gelang 2012 am LHC des CERN [36, 37] sogar, als letzten fehlenden Modellteil das bereits 1964 von mehreren Autoren vorhergesagte Higgs-Boson [38, 39, 40] nachzuweisen (Abb. 3.5). Diese Teilchen entstehen kurzzeitig in der hochenergetischen Kollision von Protonen am LHC durch Anregung des umgebenden Higgs-Feldes. Das skalare Feld verleiht jedoch nicht nur dem Higgs-Boson, sondern auch den anderen elementaren Bosonen und Quarks ihre Masse – wengleich der weitaus größte Teil der Masse im Universum nicht durch diesen Mechanismus zustandekommt, sondern über die

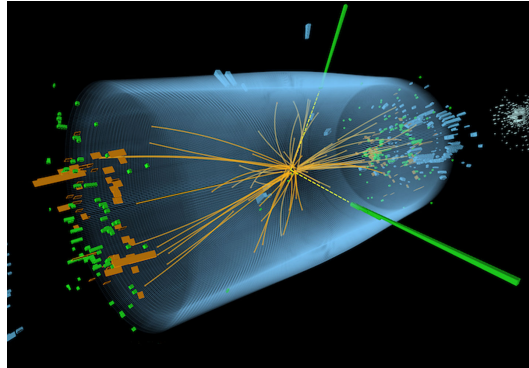


Abbildung 3.5: Zerfall des Higgs-Bosons in zwei Photonen (grün)

© CMS / CERN

Äquivalenz von Masse und Energie in der Bindungsenergie der makroskopischen Teilchen (Hadronen, Kerne) steckt. Ohne das Higgs-Feld gäbe es zwar auch Masse in anderer Form, jedoch keine aus Atomen aufgebaute Struktur der Materie, wie wir sie kennen, und natürlich auch keine Libellen, oder Menschen.

4 Suche nach der *CPT*-Verletzung

Trotz seiner Erfolge ist das Standardmodell der Teilchenphysik eher nicht die endgültige Theorie fundamentaler Naturforschung, sondern vielleicht nur Teil einer umfassenderen Beschreibung, die erst noch zu entwickeln ist – und dann hoffentlich auch formal-ästhetischen Kriterien in ähnlicher Weise genügt, wie das die Dirac-Gleichung für einen sehr viel kleineren Ausschnitt der Natur leistet. Grund zu dieser Annahme liefert insbesondere die Tatsache, dass das Standardmodell weder für die (wahrscheinliche, aber nicht bewiesene) Existenz dunkler Materie im Weltall eine fundierte und im Experiment bestätigte Erklärung anzubieten hat, noch zum Phänomen der “dunklen Energie”, die für eine beschleunigte Ausdehnung des Universums sorgt. Bei sehr hohen Energien wie beim Urknall in der Entstehungsphase des Universums ergeben sich ferner Widersprüche zur allgemeinen Relativitätstheorie, die sich erst nach Entwicklung einer konsistenten Quanten-Gravitationstheorie auflösen lassen – was jedoch derzeit in weiter

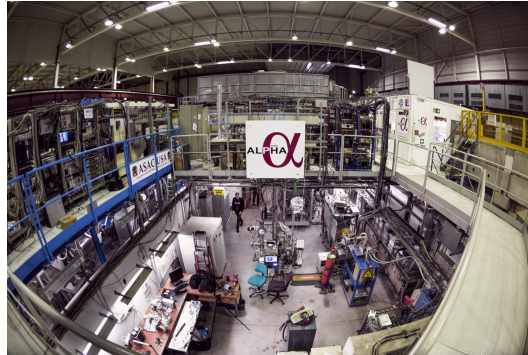


Abbildung 4.1: Suche nach einer *CPT*-Verletzung mit dem ALPHA Experiment am CERN

© M. Brice / CERN

Ferne liegt. In dieser Situation gibt es zahlreiche Ansätze, das Standardmodell zu erweitern oder zu verbessern.

Die Möglichkeiten zu einer sinnvollen Erweiterung des Standardmodells der Teilchenphysik sind jedoch sehr eingeschränkt, sofern man am *CPT*-Theorem festhält. Wäre die *CPT*-Invarianz unter gewissen Umständen verletzt, ließe sich damit der Überschuss an gewöhnlicher Materie im Vergleich zur Antimaterie im Universum auch dann erklären, wenn dazu die *CP*-Verletzung allein nicht ausreicht. Ob diese Symmetrie jedoch – wie im *CPT*-Theorem gefordert – in der Natur tatsächlich exakt erhalten ist oder nicht, ist nach wie vor eine offene Frage.

Deshalb fahnden Wissenschaftler intensiv nach einer Verletzung dieser Symmetrie. Bei Teilchenzerfällen ließ sie sich bisher nicht nachweisen. Man sucht nun nach Unterschieden bei atomaren Energieübergängen in Atomen beziehungsweise Antiatomen. Einen ersten solchen Test legte 2016 die ALPHA-Kollaboration am CERN in Genf vor (Abb. 4.1). Sie maßen den Übergang vom $1S_{1/2}$ -Grundzustand in den mit einer Achtelsekunde vergleichsweise langlebigen ersten angeregten $2S_{1/2}$ -Zustand bei Antiwasserstoff-Atomen mittels Laserspektroskopie auf etwa zwei Zehnmilliardstel ($\approx 2 \times 10^{-10}$) genau [41, 42], und verglichen das Ergebnis mit der entsprechenden Messung bei normalem Wasserstoff.

Die Idee, auf diese Weise die *CPT*-Invarianz zu testen, ist bereits 30 Jahre alt. Sie experimentell umzusetzen, war jedoch alles andere als einfach. Während sich Antiprotonen und Positronen dank ihrer Ladung recht einfach bewegen und in

elektrischen beziehungsweise magnetischen Teilchenfallen einfangen lassen, ist das bei neutralem Antiwasserstoff sehr viel schwieriger. Da Antimaterie beim Kontakt mit normaler Materie sofort zerstört wird, müssen die Parameter von elektrischem und magnetischem Feld in der Falle sehr präzise eingerichtet sein, um genügend Antiatome isolieren und dann per Laser anregen zu können.

Erstmals gelang es Forschern der ALPHA-Arbeitsgruppe bereits im Jahr 2010, Antiwasserstoff aus jeweils einem Antiproton und einem Positron in einer magnetischen Falle bei Temperaturen von wenigen Grad über dem absoluten Nullpunkt zu speichern. Die Experimentalisten konnten dann 2016 die geeigneten Bedingungen für die Laserspektroskopie an Antiwasserstoff herstellen. Das Ergebnis dieses komplexen Experiments läßt sich in eine Grenze für die mögliche Verletzung der *CPT*-Symmetrie bei Antiwasserstoff umrechnen. Demnach ist die *CPT*-Symmetrie bei Antiwasserstoff innerhalb einer Genauigkeit von etwa zwei Zehnmilliardstel erhalten. Das ist beeindruckend, genügt aber noch nicht als Beweis, dass die *CPT*-Symmetrie exakt gilt.

Vor allem mit dem neuen Antiprotonen-Ring ELENA (Extra Low Energy Antiproton ring) am CERN sollte es den dortigen Antiprotonen-Arbeitsgruppen ab 2020/21 möglich sein, die spektroskopischen Messungen zur *CPT*-Invarianz deutlich zu verbessern und auf andere Übergänge zu erweitern. Auch für die angestrebte Vereinigung des Standardmodells der Teilchenphysik mit der Gravitation wird das sicherlich wichtige Randbedingungen und neue Anregungen liefern. Viele Theorien wie etwa manche Stringtheorien, die auf eine solche Vereinigung hin arbeiten, setzen eine Verletzung der *CPT*-Symmetrie voraus – umso wichtiger ist es zu klären, ob sie in der Natur tatsächlich vorkommt.

5 Ausblick

Dieser Text sollte einen ersten und keineswegs umfassenden Einblick in die Rolle der Symmetrien und ihrer Verletzung in den Naturwissenschaften geben, und an manchen Stellen den Bezug zu Ästhetik und Schönheit herstellen. Die Verbindung zu Strukturen in Natur und Wissenschaft habe ich dabei nur an ganz wenigen Stellen erwähnt, der Heidelberger Forschungscluster “Structures” wird jedoch auf diesem Gebiet in den kommenden Jahren gewiss ganze Arbeit leisten. Schließlich sollten wir nicht vergessen, dass sich Schönheit in Natur, Kunst und womöglich auch Wissenschaft keineswegs stets anhand von Symmetrien und ihrer



Abbildung 5.1: Skulptur “Wandering the Immeasurable”

© Gayle Hermick

Brechung entwickelt, sondern oft auch ohne jeden Bezug dazu – ein Beispiel ist Gayle Hermicks faszinierende Skulptur “Wandering the Immeasurable” (Abb. 5.1) gegenüber vom Eingang des Europäischen Forschungszentrums CERN in Genf.

Literaturverzeichnis

- [1] J. W. Goethe, Zur Farbenlehre, Cotta, Tübingen, 2 Bde (1810).
- [2] I. Newton, New theory about light and colors, Phil. Trans. Roy. Soc. (1671-72) 3075.
- [3] H. Weyl, Elektron und Gravitation I, Z. Physik 56 (1929) 330.
- [4] C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes, R. P. Hudson, Experimental test of parity conservation in beta decay, Phys. Rev. 105 (1957) 1413.
- [5] E. Schrödinger, Quantisierung als Eigenwertproblem, Annalen Phys. 81 (1926) 109.
- [6] W. Gordon, Der Comptoneffekt nach der Schrödingerschen Theorie, Z. Physik 40 (1926) 117.
- [7] O. Klein, Elektrodynamik und Wellenmechanik vom Standpunkt des Korrespondenzprinzips, Z. Physik 41 (1927) 407.
- [8] J. Wess, B. Zumino, Supergauge transformations in four dimensions, Nucl. Phys. B 70 (1974) 39.
- [9] S. Chatrchyan, et al., Search for supersymmetry with razor variables in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV, Phys. Rev. D 90 (2014) 112001.
- [10] L. Smolin, The trouble with physics, Penguin books, London (2006).
- [11] P. Woit, Not even wrong, Basic books, New York (2006).
- [12] A. Giammanco, How beauty leads physics astray, CERN Courier 59 (1) (2019) 49.
- [13] E. Noether, Invariante Variationsprobleme, Nachr. d. König. Gesellsch. d. Wiss. zu Göttingen, Math-phys. Klasse (1918) 235.
- [14] H. Genz, Symmetrie, in Lexikon der Physik, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg (1998).
- [15] P. A. M. Dirac, The quantum theory of the electron, Proc. Roy. Soc. A117 (1928) 610.

- [16] J. D. Bjorken, S. D. Drell, *Relativistic Quantum Mechanics*, McGraw Hill (2008).
- [17] O. Nachtmann, *Elementarteilchenphysik*, Vieweg, Braunschweig (1986).
- [18] F. Schwabl, *Quantenmechanik für Fortgeschrittene*, Springer, Berlin Heidelberg (2008).
- [19] G. Wolschin, *Relativistische Quantenmechanik*, SpringerSpektrum, Berlin Heidelberg (2016).
- [20] T. D. Lee, C. N. Yang, Question of parity conservation in weak interactions, *Phys. Rev.* 104 (1956) 254.
- [21] R. L. Garwin, L. M. Lederman, M. Weinrich, Observations of the failure of conservation of parity and charge conjugation in meson decays: the magnetic moment of the free muon, *Phys. Rev.* 105 (1957) 1415.
- [22] R. T. Cox, C. G. McIlwraith, B. Kurrelmeyer, Apparent evidence of polarization in a beam of β -rays, *Proc. Natl. Acad. Sci (USA)* 14 (1928) 544.
- [23] P. A. M. Dirac, A theory of electrons and protons, *Proc. Roy. Soc.* A126 (1930) 360.
- [24] H. Weyl, *Gruppentheorie und Quantenmechanik*, Hirzel, Leipzig (1931) 234.
- [25] P. A. M. Dirac, Quantised singularities in the electromagnetic field, *Proc. Roy. Soc.* A133 (1931) 60.
- [26] C. D. Anderson, The apparent existence of easily deflectable positives, *Science* 76 (1932) 238.
- [27] C. D. Anderson, The positive electron, *Phys. Rev.* 43 (1933) 491.
- [28] M. Tanabashi, et al., Review of Particle Physics, *Phys. Rev. D* 98 (2018) 030001.
- [29] J. H. Christenson, J. W. Cronin, V. L. Fitch, R. Turlay, Evidence for the 2π decay of the K_2^0 meson, *Phys. Rev. Lett.* 13 (1964) 138.
- [30] A. D. Sakharov, Violation of CP invariance, C asymmetry, and baryon asymmetry of the universe, *ZhETF Pis'ma* 5 (1) (1967) 32.
- [31] H. D. Zeh, *The physical basis of the direction of time*, 4th edition, Springer, Berlin Heidelberg (2013).
- [32] W. Pauli, *Niels Bohr and the Development of Physics*. McGraw-Hill, New York, and Pergamon Press, London (1955).
- [33] G. Lüders, Proof of the TCP theorem, *Annals Phys.* 2 (1957) 1.
- [34] A. Angelopoulos, et al., First direct observation of time-reversal non-invariance in the neutral-kaon system, *Phys. Lett. B* 444 (1998) 43.

- [35] J. P. Lees, et al., Observation of time-reversal violation in the B^0 meson system, Phys. Rev. Lett. 109 (2012) 211801.
- [36] CMS Collaboration, Combined results of searches for the standard model Higgs boson in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV, Physics Letters B 710 (2012) 26.
- [37] ATLAS Collaboration, Combined search for the Standard Model Higgs boson using up to 4.9 fb^{-1} of pp collision data at $\sqrt{s} = 7$ TeV with the ATLAS detector at the LHC, Physics Letters B 710 (2012) 49.
- [38] P. W. Higgs, Broken symmetries and the masses of gauge bosons, Phys. Rev. Lett. 13 (1964) 508.
- [39] F. Englert, R. Brout, Broken symmetry and the mass of gauge vector mesons, Phys. Rev. Lett. 13 (1964) 321.
- [40] G. S. Guralnik, C. R. Hagen, T. W. B. Kibble, Global conservation laws and massless particle, Phys. Rev. Lett. 13 (1964) 585.
- [41] M. Ahmadi, et al., Observation of the 1S-2S transition in trapped antihydrogen, Nature 541 (2016) 506.
- [42] G. Wolschin, Laserspektroskopie mit Antimaterie, Spektrum Wiss. (7) (2017) 30.

Über den Autor

Georg Wolschin is a professor at the University of Heidelberg (UHD) since 2012. He is now doing research at the Institute for Theoretical Physics of Heidelberg University, including teaching, and leading the Multiparticle Dynamics group.

Korrespondenz:

Prof. Georg Wolschin

Institut für Theoretische Physik (ITP)

Universität Heidelberg

Philosophenweg 12-16

69120 Heidelberg

E-Mail: wolschin@uni-hd.de

Homepage: <http://wolschin.uni-hd.de>